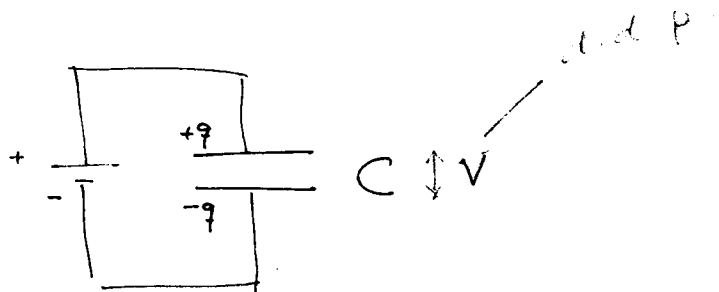


Energia armazenada em um capacitor.

(9)



Para incrementar a carga no capacitor de um valor dq necessitamos efetuar um trabalho $dW = V dq$

$V \equiv$ d.d.p. nos terminais do capacitor.

$$V = \frac{q}{C} \Rightarrow dW = \frac{q dq}{C}$$

$$W = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{ou} \quad (\text{usando que } Q = CV)$$

$$W = \frac{C^2 V^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 \quad \text{ou} \quad (\text{usando } Q = CV)$$

$$W = \frac{1}{2} QV$$

Para um capacitor de placas planas e paralelas

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) V^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \underbrace{A d}_{\substack{\text{volume } v \\ \text{entre as placas}}} \left(\frac{V^2}{d^2} \right)$$

$$U = W = \frac{1}{2} \epsilon_0 v \left(\frac{V^2}{d^2} \right)$$

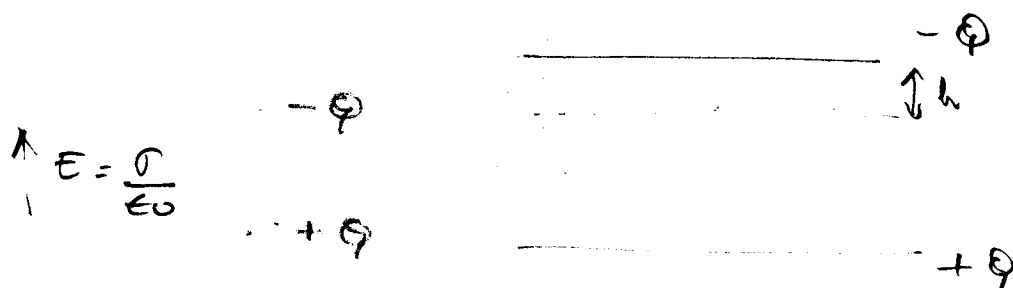
$$\Rightarrow \frac{U}{v} = u \equiv \text{densidade de energia} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{E^2 d^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$\hookrightarrow \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{V^2}{d^2}$ campo elétrico entre as placas $V \vec{E} = Ed$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

sugere que podemos
pensar que a energia está armazenada no campo
elétrico entre as placas.

Outra abordagem:



Afastar as placas. O trabalho realizado por um
agente externo para fazer isso é dado por

$$- \underbrace{E_+ \cdot h \cdot (-Q)}_{\text{trabalho feito pelo campo produzido pela placa} + (\Delta V)}$$

signif. (-) pq

é o trabalho

feito pelo agente externo.

multiplica e
divide por ϵ_0

$$\left. \begin{array}{l} E_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \\ Q = \sigma A \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} h \sigma A = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right) h \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0} \right) \epsilon_0 A$$

$$= \frac{1}{2} E^2 h \epsilon_0 A \quad \text{onde}$$

$$hA = \Delta V \Rightarrow \frac{W}{\Delta V} = u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
campo total na
região entre as
placas.

densidade de energia gasta para criar
campo na região Ah (antes não havia campo ali!)

Capacitor esférico $C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{R_a R_b}{R_b - R_a} \right)$

$U = \frac{Q^2}{2C}$; lim $C = 4\pi\epsilon_0 R_a$
 $R_b \rightarrow \infty$

/
esfera isolada de raio R_a

$U = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R_a}$. Por outro lado $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_a}$

/
potencial
na sup. da esfera

$\Rightarrow U = \frac{1}{2} QV$

/
Trabalho realizado para carregar a esfera.

—
Mas vale ver se podemos calcular que a energia está armazenada no campo. No caso, existe campo em todo o espaço.

$u(r) = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(r) = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2$

infinitesimal

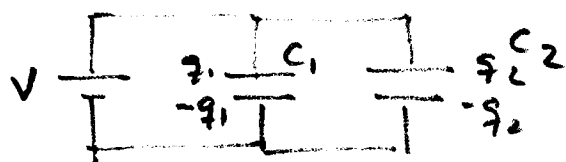
Em um volume $dV = 4\pi r^2 dr$ tem uma energia —

$dU = u dV = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 r^2} dr$

$U = \int_R^\infty dU = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{2} QV$ //

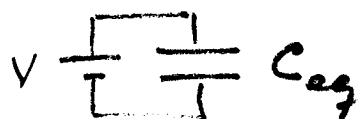
Associação de capacitores

- Em paralelo



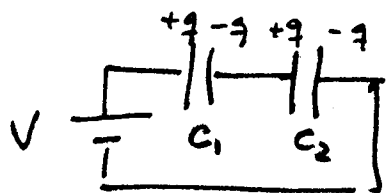
$$q = q_1 + q_2$$

$$q = C_{eq} V = C_1 V + C_2 V$$

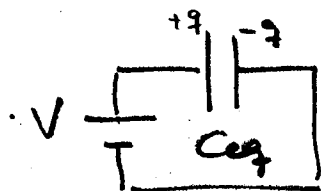


$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

- Em série

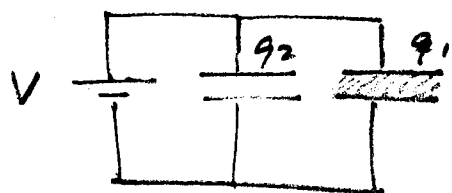


$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Faraday :



Dieletricos : verificaçã experimental

(13)

Dois capacitores carregados com a mesma ddp; um com dielétrico outro sem

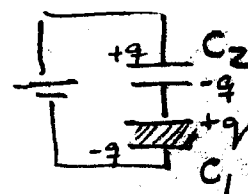
A carga no capacitor com dielétrico é maior.

$$C = q/V \Rightarrow q = CV$$

$$q_1 > q_2 \Rightarrow \boxed{C_1 > C_2}$$

$$q_1/q_2 = C_1/C_2 = K - \text{cte dielétrico}$$

Colocando o mesmo carga em C_1 e C_2

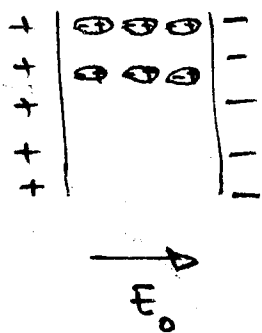


Experimentalmente $V_1 < V_2$; $q = C_1 V_1 = q = C_2 V_2$

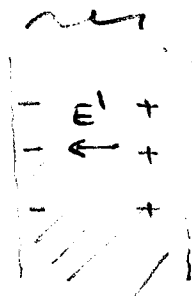
$$\Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow K = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{V_2}{K}}$$

Dieletrico

Dieletrico



$\Leftrightarrow$




 Separação entre os
 centros de carga é
 relativamente muito
 pequena. $\rightarrow$
 $VIRE$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$E < E_0 \Rightarrow \Delta V < \Delta V_0$$

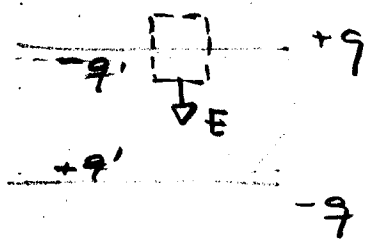
na presença
de dielétrico

na ausência
de dielétrico

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

Lei de Gauss na presença de dielétrico



$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot A = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

$$Q = q - q'$$

carga superficial
 no dielétrico
 (induzida pelo
 campo E_0)

$$\Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

carga livre (na placa condutora)

$$\Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$$